



ENGINIUS
Formation & Recrutement

CONCOURS ENGINIUS 2018

Epreuve de MATHÉMATIQUES

(Entrée en 1^{ère} année du cycle ingénieur)

Informations sur l'épreuve

Barème :	40
Durée :	90 min
Calculatrice autorisée :	Non

Merci de ne rien marquer sur le sujet.

Pour chaque question de l'épreuve, veuillez choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Répondez sur la grille de réponses séparée.

Uniquement les grilles de réponses correctement remplies seront corrigées.

Question 1. Une matrice diagonale commute avec toute matrice de même taille :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 2. Une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ telle que $A^3 - 3A^2 + 2I_n = 0_{\mathcal{M}_n(\mathbb{C})}$ est inversible :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 3. Pour tous $(A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})^2$ et $n \in \mathbb{N}$, $(A \cdot B)^n = A^n \cdot B^n$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 4. Pour tous $(A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})^2$, la transposée de $A \cdot B$ est ${}^tA \cdot {}^tB$

- A) Vrai
- B) Faux

Question 5. Pour tout endomorphisme $f \in \mathcal{L}(E)$, $\text{Ker}(f) + \text{Im}(f) = E$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 6. Le déterminant d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie E , est celui de la matrice qui le représente dans une base quelconque de E :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 7. Si les déterminants de deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ sont égaux, alors ces matrices sont semblables :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 8. Un système carré est de CRAMER si, et seulement si, son déterminant principal est non nul :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 9. On ne change pas le déterminant d'une famille de vecteurs en remplaçant l'un deux par une combinaison linéaire des vecteurs de cette famille :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 10. La somme de deux matrices diagonalisables est diagonalisable :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 11. Si f est diagonalisable, f^2 est aussi diagonalisable :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 12. Si f^2 est diagonalisable, f est aussi diagonalisable :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 13. Sur \mathbb{C} , tout endomorphisme est trigonalisable :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 14. Un endomorphisme diagonalisable admet $n = \dim E$ valeurs propres deux à deux distinctes :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 15. La trace d'un endomorphisme d'un espace vectoriel d'un espace vectoriel complexe est égale à la somme de ses valeurs propres comptées autant de fois que leur multiplicité :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 16. Une matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ admet au moins une valeur propre :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 17. $\int_0^1 \frac{e^{-t}}{\sqrt{1+t^2}} dt \leq \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$

- A) Vrai
- B) Faux

Question 18. Toute famille de vecteurs orthogonaux deux à deux est libre :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 19. Les valeurs propres de $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ sont des réels positifs :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 20. La fonction $f: (x, y) \mapsto \frac{xy^3}{x^4+y^4}$ est prolongeable par continuité en $(0,0)$:

- A) Vrai
- B) faux

Question 21. La fonction $f: x \mapsto \frac{|x|^{3/2} \ln(|x|)}{x^2 - 1}$ est bornée sur \mathbb{R} :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 22. La fonction $f: (x, y) \mapsto (1 - e^{-y}) \frac{\sin(xy)}{x^2 y}$ permet par prolongement, de définir une application continue sur \mathbb{R}^2 :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 23. La série $\sum_{n \geq 3} \frac{(-1)^n}{n \ln(n)}$ est semi-convergente :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 24. La série $\sum_{n \geq 1} \sin\left(\left(n + \frac{1}{n}\right)\pi\right)$ est alternée :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 25. Les primitives d'une fonction paire sont impaires :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 26. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $\int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^4} dt \leq x^2 - x$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 27. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\left| \sin x - x + \frac{x^3}{6} \right| \leq \frac{|x^5|}{120}$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 28. Les primitives d'une fonction 2π -périodique sont 2π -périodiques :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 29. $\int_0^1 \frac{1}{1+t^4} dt = \int_0^1 \frac{t^2}{1+t^4} dt$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 30. L'intégrale $\int_0^1 \sin\left(\frac{1}{t}\right) dt$ est convergente :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 31. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ diverge pour tout $\alpha \in \mathbb{R}_+$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 32. Si f et g sont intégrables sur un intervalle I , alors fg est intégrable sur I :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 33. Si $y'(t_0) = 0$, alors la tangente à la courbe de la fonction y en $(t_0, y(t_0))$ est horizontale :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 34. La série de fonctions $\sum_{n \geq 0} e^{-nx}$ converge uniformément sur \mathbb{R}_+^* :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 35. Si la série de fonctions $\sum_{n \geq 0} f_n$ converge normalement sur tout segment de I , alors elle converge normalement sur I :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 36. La série de Fourier d'une fonction de classe C^1 converge uniformément sur \mathbb{R} :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 37. Si f est de classe C^1 par morceaux et π -périodique, alors $c_{2n+1}(f) = 0$ pour tout $n \in \mathbb{Z}$:

- A) Vrai
- B) Faux

Question 38. Il existe une suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que

$$\forall x \in]0, \pi[, \cos(x) = \sum_{n \geq 1} a_n \sin(nx)$$

- A) Vrai
- B) Faux

Question 39. L'équation différentielle $(x^2 - 1)y''(x) - 2xy'(x) - 9y(x) = 0$, admet une solution polynômiale de degré 2 :

- A) Vrai
- B) Faux

Question 40. Pour résoudre le système $X' = A.X$, où $A = P.D.P^{-1}$, avec P inversible et D diagonale (à coefficients constants), le calcul de P^{-1} est inutile :

- A) Vrai
- B) Faux

ENGINIUS 2018