



CONCOURS ENGINIUS 2017

Epreuve de MATHÉMATIQUES (Entrée en L1 de l'ICES)

Informations sur l'épreuve

Barème :	/30
Durée :	90min
Calculatrice autorisée :	Non

Merci de ne rien marquer sur le sujet.

Pour chaque question de l'épreuve, veuillez choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Répondez sur la grille de réponses séparée.

Uniquement les grilles de réponses correctement remplies seront corrigées.

I.

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + x + 4\cos(x) =$
 - A. $-\infty$
 - B. 0
 - C. n'existe pas
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

2. $\lim_{x \rightarrow 0} -2x^2 + x + 4\cos(x) =$
 - A. $-\infty$
 - B. 0
 - C. n'existe pas
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sin(-x)} =$
 - A. -1
 - B. 1
 - C. n'existe pas
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(-x)} =$
 - A. -1
 - B. 1
 - C. n'existe pas
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

II. Soit $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}}z_2$, où z_2 est un réel strictement négatif, alors

5. $|z_1| =$
 - A. $3z_2$
 - B. $-3z_2$
 - C. $3iz_2$
 - D. $-3iz_2$

6. $\arg(z_1) =$
 - A. $\frac{\pi}{4}$
 - B. $-\frac{\pi}{4}$
 - C. $\frac{3\pi}{4}$
 - D. $-\frac{3\pi}{4}$

7. $\bar{z}_1 =$
- A. $3e^{i\frac{\pi}{4}}z_2$
 - B. $-3e^{i\frac{\pi}{4}}z_2$
 - C. $3e^{-i\frac{\pi}{4}}z_2$
 - D. $-3e^{-i\frac{\pi}{4}}z_2$
8. z_1^{10} est un
- A. réel strictement positif
 - B. réel strictement négatif
 - C. imaginaire pur de partie imaginaire strictement positive
 - D. imaginaire pur de partie imaginaire strictement négative

III. Soient f et g les transformations complexes qui à tout point M d'affixe z du plan associent respectivement les points d'affixes $f(z) = -iz + 1 - i$ et $g(z) = -\bar{z}$

9. f est
- A. une translation
 - B. une rotation
 - C. une homothétie
 - D. une réflexion
10. g est
- A. une translation
 - B. une rotation
 - C. une homothétie
 - D. une réflexion
11. L'affixe du point fixe de f est
- A. -1
 - B. 1
 - C. $-i$
 - D. i
12. L'écriture complexe associée à gof est
- A. $-i\bar{z} - 1 - i$
 - B. $-i\bar{z} - 1 + i$
 - C. $i\bar{z} - 1 - i$
 - D. $i\bar{z} - 1 + i$

13. Pour prouver que I est le milieu de [AB], il suffit de prouver que
- A. Pour tout point M, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$
 - B. $AI = BI$
 - C. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$
 - D. \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires
14. Pour que quatre points distincts A, B, C et D soient coplanaires, il est nécessaire
- A. que trois de ces points soient alignés
 - B. que les droites (AB) et (CD) soient parallèles ou sécantes
 - C. de trouver un réel α tel que $\overrightarrow{AD} = \alpha(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
 - D. aucune des 3 réponses précédentes
15. Si a et b sont irrationnels, alors forcément
- A. $a + b$ est irrationnel
 - B. ab est irrationnel
 - C. a^2 est rationnel
 - D. aucune des 3 réponses précédentes
16. Si f est définie en a, alors nécessairement
- A. f est continue en a
 - B. $\ln(f)$ est définie en a
 - C. $\frac{1}{f}$ est définie en a
 - D. $\frac{1}{e^f}$ est définie en a
17. $x^4 - x^2 - 6 = 6$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions
18. $|x^2 - x - 6| = 6$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions
19. $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 6 = 6$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions

20. $\ln(x^2) - \ln(x) - 6 = 6$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions
21. $x^2 e^{-x} = -1$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions
22. $x^2 e^{-x} = 2e^{-2}$ admet dans \mathbf{R}
- A. 0 solution
 - B. 1 ou 3 solutions
 - C. 2 solutions
 - D. 3 ou 4 solutions
23. La somme des solutions complexes de l'équation $x^4 - x^2 - 12 = 0$ est égale à
- A. 0
 - B. 1
 - C. -12
 - D. aucune des 3 réponses précédentes
24. Le produit des solutions complexes de l'équation $x^4 - x^2 - 12 = 0$ est égale à
- A. 0
 - B. 1
 - C. -12
 - D. aucune des 3 réponses précédentes
25. Sur \mathbf{R}^* la dérivée de $f: x \mapsto \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$ est définie par $f'(x) =$
- A. $-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$
 - B. $\frac{(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$
 - C. $-\frac{(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

26. Sur $] -\pi, -\frac{\pi}{2}[$ une primitive F de $x \mapsto \tan(x)$ telle que $F(-\pi) = 0$ est définie par $F(x)$
- =
- A. $\ln(\cos(x))$
 - B. $\ln(-\cos(x))$
 - C. $-\ln(\cos(x))$
 - D. $-\ln(-\cos(x))$

27. Sachant que sur \mathbf{R} $f''(x) = -f(x)$ alors $f(x)$ ne peut être égale à
- A. 0
 - B. e^{-x}
 - C. $\cos(x)$
 - D. $\sin(x)$

28. $\int_1^{-1} x e^{-x^2} dx =$
- A. $-\frac{2}{e}$
 - B. $\frac{e-1}{e}$
 - C. $-\frac{e-1}{e}$
 - D. aucune des 3 réponses précédentes

VII. Soient (E): $y' - 2y = 2x + 5$ et (F): $y'' - 2y' = 2$

29. Une solution de (E) est définie par $f(x) =$
- A. $e^{2x} - \frac{2x+5}{2}$
 - B. $e^{2x} + \frac{2x+5}{2}$
 - C. $-x - 3$
 - D. aucune des 3 réponses précédentes
30. Une solution de (F) est définie par $g(x) =$
- A. $-e^{2x} - 1$
 - B. $-e^{2x} - x$
 - C. 1
 - D. x