ENGINIUS
Formation & Recrutement

CONCOURS ENGINIUS 2021

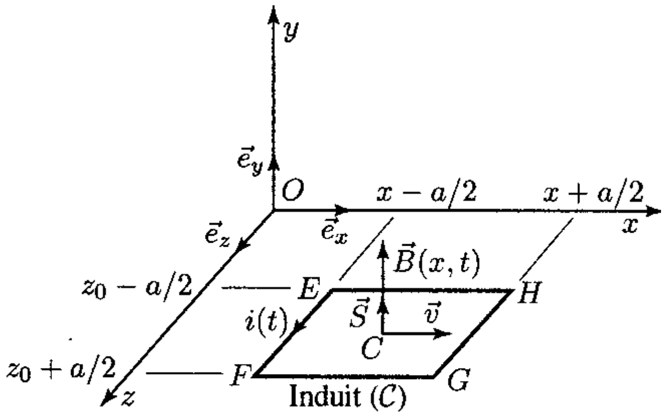
Epreuve de PHYSIQUE

Informations sur l'épreuve

Barème :	20
Durée :	45 min
Calculatrice autorisée :	NON

Merci de ne rien marquer sur le sujet.
Pour chaque question de l'épreuve, veuillez choisir la (les) bonne(s) réponse(s).
Répondez sur la grille de réponses séparée.
Uniquement les grilles de réponses correctement remplies seront corrigées.

Exercice 1. L'induit $(\mathcal{C})$ d'un moteur linéaire est constitué de N spires conductrices filiformes carrées identiques de côté a, pouvant se déplacer dans un repère galiléen $\mathcal{R}(O, xyz)$ muni d'une base orthonormée $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Ce cadre, de vecteur surface $\vec{S} = a^2\,\overrightarrow{e_y}$ est astreint à se mouvoir dans le plan xOz de $\mathcal{R}$, de façon que les côtés EH et EF restent parallèles aux axes Ox et Oz respectivement. Le centre $C(x, 0, z_0)$ de coordonnées $x, 0, z_0$, est animé, *en régime établi,* d'un mouvement *rectiligne* suivant la droite $z = z_0$ *et uniforme* de vitesse $\vec{v} = v\,\overrightarrow{e_x}$, où v peut prendre des valeurs positives ou négatives (cf. figure ci-contre).



Question 1. Exprimer la loi d'évolution de l'abscisse x du centre C du cadre en fonction du temps sachant qu'à l'instant $t = 0$ où l'on peut considérer que le régime de fonctionnement est établi, C se trouve sur l'axe Oz avec x égal à :

A) $x = 2vt$ B) $x = \frac{1}{2}vt$

C) $x = \frac{2}{3}vt$ D) $x = vt$

Question 2. Le cadre est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ dont la valeur *au point de coordonnées* $x, 0, z_0$ *où se trouve le centre* C *de l'induit à cet instant,* s'écrit :

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right)\overrightarrow{e_y}$$

Où λ est une longueur caractéristique constante, ω_0 est une pulsation constante et B_0 une constante réelle homogène à un champ magnétique. Les variables x et t *étant liées,* montrer que le flux ϕ du champ magnétique à travers le cadre peut s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps $t : \phi = \phi_0 \cos[(\omega - \omega_0)t]$ où ω et ϕ_0 sont des constantes que l'on explicitera. On suppose $a \ll \lambda$ de sorte que l'on peut considérer, *pour ce calcul seulement,* que le champ magnétique est uniforme sur toute la surface de l'induit.

A) $\phi_0 = NB_0a^2$ et $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$ B) $\phi_0 = B_0a^2$ et $\omega = \frac{\pi v}{\lambda N}$

C) $\phi_0 = \frac{B_0a^2}{N}$ et $\omega = \frac{v}{2\pi\lambda}$ D) $\phi_0 = 2NB_0a^2$ et $\omega = \frac{v}{\lambda}$

Question 3. La force électromotrice $e(t)$ induite dans le cadre en fonction de ϕ_0, ω *et* ω_0

A) $e(t) = \phi_0(\omega - \omega_0)\cos\big((\omega - \omega_0)t\big)$ B) $e(t) = \phi_0\omega\cos\big((\omega - \omega_0)t\big)$

C) $e(t) = \phi_0(\omega - \omega_0)\sin\big((\omega - \omega_0)t\big)$ D) $e(t) = \phi_0\omega\sin\big((\omega - \omega_0)t\big)$

Question 4. Le cadre présente une résistance R et un coefficient d'inductance propre L. Montrer que le courant instantané $i(t)$ qui circule dans l'induit dans le sens indiqué sur le schéma de la figure ci-dessus s'écrit, *en régime établi :* $i(t) = I_0 \sin\big((\omega - \omega_0)t + \psi_0\big)$ où ψ_0 est une constante réelle. La valeur de I_0 est :

A) $I_0 = \frac{\phi_0|\omega-\omega_0|}{[R^2+L^2(\omega-\omega_0)^2]^{1/2}}$
B) $I_0 = \frac{\omega}{[R^2+L^2\omega^2]^{1/2}}$

C) $I_0 = \frac{\phi_0\,\omega_0}{[R^2+L^2\omega^2]^{1/2}}$
D) $I_0 = \frac{(\omega-\omega_0)^2}{R^2+L^2(\omega-\omega_0)^2}$

Question 5. Pour calculer la résultante des forces qui s'exercent sur l'induit ($\mathcal{C}$), on considère à nouveau le champ magnétique comme une fonction des variables liées x et t. Montrer que la force résultante instantanée qui s'exerce sur l'induit peut alors s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin[(\omega-\omega_0)t]\sin[(\omega-\omega_0)t+\psi_0]\,\vec{e_x}$$

La valeur de F_0 en fonction de I_0, ϕ_0, λ est :

A) $F_0 = \frac{\pi}{\lambda}\phi_0 I_0$
B) $F_0 = -\frac{\lambda}{2\pi}\phi_0 I_0$

C) $F_0 = \frac{\pi I_0}{\lambda\phi_0}$
D) $F_0 = -\frac{2\pi}{\lambda}\phi_0 I_0$

Question 6. Montrer que la valeur moyenne temporelle $\langle F\rangle$ de $F(t)$ calculée sur une période peut s'écrire : $\langle F\rangle = F_1\cos(\psi_0)$. L'expression de F_1 en fonction de I_0, ϕ_0, λ est :

A) $F_1 = \frac{\pi}{2\lambda}\phi_0 I_0$
B) $F_1 = -\frac{\pi}{\lambda}\phi_0 I_0$

C) $F_1 = -\frac{\lambda}{2\pi}\phi_0 I_0$
D) $F_1 = \frac{\pi I_0}{2\lambda\phi_0}$

Question 7. La valeur de $\cos(\psi_0)$en fonction de R, L, ω et ω_0 est :

A) $\cos(\psi_0) = \frac{R}{[R^2+L^2\omega^2]^{1/2}}$
B) $\cos(\psi_0) = \frac{L\omega}{[R^2+L^2\omega^2]^{1/2}}$

C) $\cos(\psi_0) = \frac{R}{[R^2+L^2(\omega-\omega_0)^2]^{1/2}}$
D) $\cos(\psi_0) = \frac{L(\omega-\omega_0)}{[R^2+L^2(\omega-\omega_0)^2]^{1/2}}$

Exercice 2.

Un milieu, de constante diélectrique ε_0 et de perméabilité magnétique μ_0 égales à celles du vide, contient, par unité de volume, des nombres égaux n d'ions positifs (charge $+e$, masse M) et d'électrons (charge -e, masse m) de sorte que dans un volume mésoscopique (macroscopiquement petit) la charge totale soit globalement nulle.
On soumet ce milieu à l'action d'un champ électrique $\vec{E}$, d'amplitude $\vec{E}_0$ et de pulsation ω, que l'on peut exprimer en notation complexe sous la forme : $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0\exp(-i\omega t)$, avec $i^2 = -1$. On négligera les interactions entre particules.

Question 8. Déduire des solutions forcées des équations différentielles du mouvement d'un ion et d'un électron, l'expression du courant volumique $\vec{j}$ qui s'établit dans le milieu.

A) $\vec{j} = -i\frac{n^2e^2}{\omega^2}\left(\frac{M+m}{Mm}\right)\vec{E}$
B) $\vec{j} = i\frac{ne^2}{\omega}\left(\frac{M+m}{Mm}\right)\vec{E}$

C) $\vec{j} = -\frac{ne^2}{\omega}\left(\frac{M+m}{Mm}\right)\vec{E}$
D) $\vec{j} = i\frac{ne}{\omega}\left(\frac{M+m}{Mm}\right)\vec{E}$

Question 9. Le champ électrique de la question précédente est celui d'une onde électromagnétique plane monochromatique de vecteur d'onde $\vec{k}$. On notera $\vec{B}$ le champ magnétique de l'onde et on négligera son action sur le mouvement des particules chargées du plasma. Des équations de Maxwell écrites en notation complexe, on peut déduire que :

A) Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transverses et orthogonaux entre eux.

B) $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux mais seul $\vec{E}$ est transversal.

C) $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux mais seul $\vec{B}$ est transversal.

D) $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transverses mais ne sont pas orthogonaux entre eux.

Question 10. Montrer que la relation de dispersion $k(\omega)$ du milieu peut se mettre sous la forme :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

Les valeurs de ω_p et c sont :

A) $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2(m+M)}{mM\mu_0}}$ et $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

B) $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2 mM}{(m+M)\varepsilon_0}}$ et $c = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

C) $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2(m+M)\varepsilon_0}{mM\mu_0}}$ et $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

D) $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2(m+M)}{mM\varepsilon_0}}$ et $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

Question 11. Les vitesses de phase v_ϕ, et de groupe v_g pour $\omega > \omega_p$ sont :

A) $v_\phi = \frac{\omega c}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$ et $v_g = \frac{c}{\omega}\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$

B) $v_\phi = \frac{c}{\omega}\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$ et $v_g = \frac{\omega c}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$

C) $v_\phi = \frac{\omega_p c}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$ et $v_g = \frac{c}{\omega_p}\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$

D) $v_\phi = \frac{\omega c}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}$ et $v_g = \frac{c}{\omega}\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}$

Question 12. Montrer que la propagation d'une onde dans un plasma est équivalente à la propagation d'une onde dans un milieu sans charge ni courant et de permittivité ε. La valeur de ε est :

A) $\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)$

B) $\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p}{\omega}\right)$

C) $\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

D) $\varepsilon = \varepsilon_0\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$

Question 13. Les couches inférieures de l'atmosphère sont constituées d'un gaz neutre d'indice $n_i \approx 1$. Les couches supérieures (ionosphère) sont assimilables à un plasma analogue à celui étudié précédemment. On définit l'indice de réfraction n_s d'un tel milieu par la relation : $n_s^2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$. Une onde plane susceptible de se propager dans l'ionosphère aborde la couche ionosphérique sous l'incidence i.
Le cosinus de l'angle i_t au-dessus duquel l'onde est totalement réfléchie vers le sol (angle de réfraction limite).

A) $\cos(i_t) = \frac{\omega}{\omega_p}$

B) $\cos(i_t) = \frac{\omega_p}{\omega}$

C) $\cos(i_t) = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

D) $\cos(i_t) = \frac{\omega^2}{\omega_p^2}$

Exercice 3. Du point de vue du potentiel et du champ électrique qu'ils créent, les noyaux de certains atomes légers peuvent être modélisés par une distribution volumique de charge *à l'intérieur* d'une sphère de centre O et de rayon a. On désigne par $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$, le vecteur position d'un point P quelconque de l'espace. Pour $r < a$, la charge volumique $\rho(P)$ qui représente le noyau varie en fonction de r suivant la loi :

$$\rho = \rho_0\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$$

où ρ_0 est une constante positive.

Question 14. Exprimer la charge totale Q du noyau.

A) $Q = \frac{1}{3}\pi\varepsilon_0\rho_0 a^3$
B) $Q = \frac{8}{15}\pi\rho_0 a^3$
C) $Q = \frac{3}{5}\pi\varepsilon_0\rho_0 a^2$
D) $Q = \frac{\rho_0 a^2}{2\pi}$

Question 15. Les propriétés de symétrie du champ électrostatique permettent d'affirmer que :

A) Le champ électrique est contenu dans les plans de symétries des charges.
B) Le champ électrique est orthogonal aux plans d'antisymétries des charges.
C) Le champ électrique est orthogonal aux plans de symétries des charges.
D) Le champ électrique est contenu dans les plans d'antisymétries des charges.

Question 16. Calculer le vecteur champ électrique $\vec{E}_{ext}(P)$ en tout point P extérieur à la sphère, donc vérifiant la condition $r > a$.

A) $\vec{E}_{ext}(P) = \frac{\rho_0 2a^3}{15\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$
B) $\vec{E}_{ext}(P) = \frac{\rho_0 a^3}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$
C) $\vec{E}_{ext}(P) = \frac{\rho_0 2\pi a^2}{\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$
D) $\vec{E}_{ext}(P) = \vec{0}$

Question 17. Calculer le vecteur champ électrique $\vec{E}(P)$ en tout point P intérieur à la sphère $(r < a)$.

A) $\vec{E}(P) = \frac{\rho_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{3} - \frac{3r^2}{4a^2}\right)\vec{r}_{int}$
B) $\vec{E}(P) = \frac{3\rho_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{4} - \frac{4r^2}{3a^2}\right)\vec{r}_{int}$
C) $\vec{E}(P) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{3} - \frac{r^2}{5a^2}\right)\vec{r}_{int}$
D) $\vec{E}(P) = \vec{0}$

Exercice 4. On étudie la superposition de deux ondes planes progressives sinusoïdales, indicées respectivement par 1 et 2. Les deux ondes, polarisées parallèlement à Oz, se propagent dans le vide symétriquement par rapport à l'axe Ox dans le plan xOy du repère orthonormé (O, xyz). La direction de propagation de l'onde 1 fait un angle θ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ par rapport à l'axe Ox . Soit $k = \|\vec{k}\|$, la norme du vecteur d'onde (ou vecteur de propagation), et ω la pulsation associée.

Question 18. En un point $M(x, y, z)$ quelconque de l'espace et à un instant t, les champs électriques de ces deux ondes (d'amplitude E_0) peuvent s'expliciter sous la forme suivante :

A)

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_1}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kx\cos\theta)\,\vec{e}_z \\ \overrightarrow{E_2}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kx\sin\theta)\,\vec{e}_z \end{cases}$$

B)

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_1}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\cos\theta\,\vec{e}_x \\ \overrightarrow{E_2}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\sin\theta\,\vec{e}_y \end{cases}$$

C)

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_1}(M,t) = E_0 \cos\big(\omega t - k(x\cos\theta + y\sin\theta)\big)\,\vec{e}_z \\ \overrightarrow{E_2}(M,t) = E_0 \cos\big(\omega t - k(x\cos\theta - y\sin\theta)\big)\,\overrightarrow{e_z} \end{cases}$$

D)

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_1}(M,t) = E_0 \cos(\omega t)\cos(kz)\cos\theta\,\vec{e}_x \\ \overrightarrow{E_2}(M,t) = E_0 \cos(\omega t)\cos(kz)\sin\theta\,\vec{e}_y \end{cases}$$

Question 19. Soit $\vec{E}(M,t)$ le champ électrique résultant de la superposition. Dans le cas général :
A) L'onde est polarisée rectilignement parallèlement à Oz.
B) L'onde résultante est plane progressive sinusoïdale.
C) L'onde résultante a la même vitesse de propagation que les ondes incidentes.
D) L'amplitude de l'onde résultante est $2E_0$.

Question 20. On considère le cas particulier où $\theta = 0$:
A) L'onde résultante est stationnaire.
B) $\vec{E}(M,t)$ est indépendant de la variable y.
C) La vitesse de propagation de l'onde est $\frac{\omega}{k}$.
D) La direction de propagation de l'onde est Oz.