



**ENGINIUS**  
Formation & Recrutement

## Concours Enginius

# Épreuve de MATHÉMATIQUES

( Entrée en cycle préparatoire )

## Session 2022

### Informations sur le sujet de l'épreuve

Durée de l'épreuve :	1h30
Épreuve notée sur :	20 points
Document(s) autorisé(s) :	<input type="checkbox"/> oui <input checked="" type="checkbox"/> non
Calculatrice autorisée :	<input type="checkbox"/> oui <input checked="" type="checkbox"/> non

### Remarques

*Le sujet est constitué de 4 exercices indépendants.*

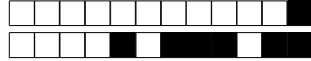
*Pour chaque question de l'épreuve, veuillez noircir (comme ceci ■) la (les) bonne(s) réponse(s) sur la feuille de réponse ci-jointe.*

*Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent avoir une ou plusieurs bonnes réponses.*

*Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.*

*Uniquement les feuilles de réponses correctement remplies seront corrigées.*

**Début du sujet sur la page suivante**



## Exercice 1

**Question 1 ♣**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A 0  C  $-\infty$   
 B n'existe pas  D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 2 ♣**  $\lim_{x \rightarrow 0} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A 0  C  $-\infty$   
 B n'existe pas  D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 3** Pour prouver que  $I$  est le milieu de  $[AB]$ , il suffit de prouver que

- A  $\vec{AI}$  et  $\vec{IB}$  sont colinéaires  C  $\vec{AI} + \vec{IB} = \vec{AB}$   
 B Pour tout point  $M$ ,  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$   D  $AI = BI$

**Question 4 ♣** Pour que quatre points distincts  $A, B, C$  et  $D$  soient coplanaires, il est nécessaire

- A que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles ou sécantes  
 B de trouver un réel  $\alpha$  tel que  $\vec{AD} = \alpha(\vec{AB} + \vec{AC})$   
 C que trois de ces points soient alignés  
 D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 5 ♣** Si  $a$  et  $b$  sont irrationnels, alors forcément

- A  $ab$  est irrationnel  C  $a + b$  est irrationnel  
 B  $a^2$  est rationnel  D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 6** Si  $f$  est une fonction définie en  $a$ , alors nécessairement

- A  $\ln(f)$  est définie en  $a$   C  $\frac{1}{e^f}$  est définie en  $a$   
 B  $\frac{1}{f}$  est définie en  $a$   D  $f$  est continue en  $a$

**Question 7** L'équation  $|x^2 - x - 6| = 6$  admet dans  $\mathbf{R}$

- A 3 ou 4 solutions  B 1 ou 3 solutions  C 0 solution  D 2 solutions

**Question 8** L'équation  $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 6 = 6$  admet dans  $\mathbf{R}$

- A 1 ou 3 solutions  B 3 ou 4 solutions  C 0 solution  D 2 solutions

**Question 9** L'équation  $x^4 - x^2 - 6 = 6$  admet dans  $\mathbf{R}$

- A 3 ou 4 solutions  B 0 solution  C 2 solutions  D 1 ou 3 solutions

**Question 10 ♣** La somme des solutions complexes de l'équation  $x^4 - x^2 - 12 = 0$  est égale à

- A 0  C 1  
 B -12  D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 11 ♣** Le produit des solutions complexes de l'équation  $x^4 - x^2 - 12 = 0$  est égale à

- A -12  C 1  
 B -4  D Aucune de ces réponses n'est correcte.



**Question 12** Soient  $n$  un entier naturel non nul,  $E$  un ensemble à  $n$  éléments et  $A$  une partie non vide de  $E$  à  $p$  éléments. Le nombre de parties de  $E$  est

- A  $2^n$                        B  $n^2$                        C  $n^n$                        D  $n!$

**Question 13** Soient  $n$  un entier naturel non nul,  $E$  un ensemble à  $n$  éléments et  $A$  une partie non vide de  $E$  à  $p$  éléments. Le nombre de parties de  $E$  contenant un et un seul élément de  $A$  est

- A  $p2^{n-p}$                        B  $n2^{n-p}$                        C  $2^{n-p}$                        D  $pn2^{n-p}$

**Question 14** Soient  $n$  un entier naturel non nul,  $E$  un ensemble à  $n$  éléments et  $A$  une partie non vide de  $E$  à  $p$  éléments. Le nombre de parties de  $E$  contenant  $A$  est

- A  $2^{n-p}$                        B  $n2^{n-p}$                        C  $2^{n-p}$                        D  $pn2^{n-p}$

**Question 15 ♣** Sur  $\mathbf{R}^*$ , la dérivée de la fonction  $f : x \mapsto \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$  est définie par  $f'(x) =$

- A  $\frac{(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$                        C  $-\frac{(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$   
 B  $-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$                        D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 16** Sur  $] -\pi, -\frac{\pi}{2} [$ , une primitive  $F$  de  $\tan : x \mapsto \tan(x)$  telle que  $F(-\pi) = 0$  est définie par  $F(x) =$

- A  $\ln(\cos(x))$                        B  $\ln(-\cos(x))$                        C  $-\ln(\cos(x))$                        D  $-\ln(-\cos(x))$

**Question 17** Sur  $\mathbf{R}$ , la solution de l'équation différentielle :  $f''(x) = -f(x)$  alors  $f(x)$  ne peut être égale à

- A  $e^{-x}$                        B  $\sin(x)$                        C  $\cos(x)$                        D  $0$

**Question 18 ♣** L'intégrale  $\int_1^{-1} xe^{-x^2} dx$  est égale à

- A  $\frac{e-1}{e}$                        C  $-\frac{2}{e}$   
 B  $-\frac{e-1}{e}$                        D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 19** On part du point de coordonnées  $(0, 0)$  pour rejoindre le point de coordonnées  $(p, q)$  ( $p$  et  $q$  des entiers naturels donnés strictement supérieurs à 1) en se déplaçant à chaque étape d'une unité vers la droite ou vers le haut. Combien y a-t-il de chemins possibles ?

- A  $2^{p+q}$                        B  $q \binom{p+q}{q}$                        C  $\binom{pq}{q}$                        D  $\binom{p+q}{q}$

**Question 20** Soit  $f$  la fonction à variable réelle définie de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  par :  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

- A  $f$  n'est pas injective et n'est pas surjective                       C  $f$  est injective  
 B  $f$  n'est pas injective                       D  $f$  est surjective

**Question 21** Combien le nombre  $15!$  admet-il de diviseurs?

- A 4032                       B 3044                       C 3042                       D 2034

**Question 22** Un QCM comporte 20 questions, pour chacune d'elles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Le nombre de grilles de réponses possibles est :

- A  $4^{20}$                        B 80                       C  $20^4$                        D 800



**Question 23** Soit  $(x, y, z) \in [0, 1]^3$ . Posons  $a = \text{Min}\{x(1-y), y(1-z), z(1-x)\}$

A  $a = 0$                        B  $a \leq \frac{1}{4}$                        C  $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{4}$                        D  $a > \frac{1}{4}$

**Question 24** La somme  $\sum_{k=0}^{2022} (-1)^k \binom{2022}{k}$  est égale à :

A 1                       B 2022                       C 2                       D 0

**Question 25** La somme  $\sum_{0 \leq i \leq 10} \sum_{0 \leq j \leq 10} (i+j)^2$  est égale à :

A 10000                       B 13000                       C 10750                       D 13750

**Question 26** Toute fonction discontinue sur  $\mathbb{R}$  est :

A constante                       B dérivable                       C non dérivable                       D périodique

**Question 27** Toute fonction strictement croissante  $\mathbb{R}$  est :

A injective                       B impaire                       C paire                       D surjective

**Question 28** Considérons la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

A  $f'$  est pas continue en 0                       C  $f'$  admet une limite finie infinie en 0  
 B  $f'$  admet une limite finie en 0                       D  $f'$  n'est pas continue en 0

**Question 29** La valeur de  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$  est égale à :

A 1                       B 0                       C  $e^{-4}$                        D  $\sqrt{e}$

**Question 30** La valeur de  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos^2\left(\frac{1}{x}\right) - \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 3}{x + \sqrt{x}}$  est égale à :

A 3                       B 0                       C  $+\infty$                        D 1

## Exercice 2

Soit  $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$ , où  $z_2$  est un réel strictement négatif, alors

**Question 31**  $|z_1| =$

A  $-3iz_2$                        B  $3iz_2$                        C  $3z_2$                        D  $-3z_2$

**Question 32**  $\arg(z_1) =$

A  $\frac{3\pi}{4}$                        B  $-\frac{3\pi}{4}$                        C  $\frac{\pi}{4}$                        D  $-\frac{\pi}{4}$

**Question 33**  $\bar{z}_1 =$

A  $e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$                        B  $-3e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$                        C  $e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$                        D  $3e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$



**Question 34**  $z_1^{10}$  est un

- A réel strictement négatif
- B imaginaire pur de partie imaginaire strictement positive
- C réel strictement positif
- D imaginaire pur de partie imaginaire strictement négative

### Exercice 3

Soient  $f$  et  $g$  les transformations complexes qui à tout point  $M$  d'affixe  $z$  du plan associent respectivement les points d'affixes  $f(z) = -iz + 1 - i$  et  $g(z) = -\bar{z}$

**Question 35**  $f$  est

- A une rotation
- B une homothétie
- C une translation
- D une réflexion

**Question 36**  $g$  est

- A une translation
- B une homothétie
- C une rotation
- D une réflexion

**Question 37** L'affixe du point fixe de  $f$  est

- A  $-i$
- B  $i$
- C  $-1$
- D  $1$

**Question 38** L'écriture complexe associée à  $gof$  est

- A  $i\bar{z} - 1 - i$
- B  $-i\bar{z} - 1 + i$
- C  $-i\bar{z} - 1 - i$
- D  $i\bar{z} - 1 + i$

### Exercice 4

Considérons les équations différentielles suivantes

$$(E) : y' - 2y = 2x + 5 \quad \text{et} \quad (F) : y'' - 2y' = 2$$

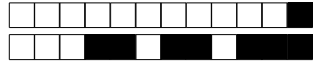
**Question 39** ♣ Une solution de  $(E)$  est définie par  $f(x) =$

- A  $-x - 3$
- B  $e^{2x} + \frac{2x+5}{2}$
- C  $e^{2x} - \frac{2x+5}{2}$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 40** Une solution de  $(F)$  est définie par  $g(x) =$

- A  $-e^{2x} - 1$
- B  $-x$
- C  $-e^{2x} - x$
- D  $1$

FIN DU SUJET



+1/6/55+



### Feuille de réponses de MATHÉMATIQUES

*Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.*

0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

Codez votre numéro de candidat ci-contre chiffre par chiffre en noirissant les cases (comme ceci ■), puis complétez l'encadré.

NOM - Prénom(s) : .....
Numéro de candidat : .....
Centre d'examen : .....

- Question 1 :  A  B  C  D
- Question 2 :  A  B  C  D
- Question 3 :  A  B  C  D
- Question 4 :  A  B  C  D
- Question 5 :  A  B  C  D
- Question 6 :  A  B  C  D
- Question 7 :  A  B  C  D
- Question 8 :  A  B  C  D
- Question 9 :  A  B  C  D
- Question 10 :  A  B  C  D
- Question 11 :  A  B  C  D
- Question 12 :  A  B  C  D
- Question 13 :  A  B  C  D
- Question 14 :  A  B  C  D
- Question 15 :  A  B  C  D
- Question 16 :  A  B  C  D
- Question 17 :  A  B  C  D
- Question 18 :  A  B  C  D
- Question 19 :  A  B  C  D
- Question 20 :  A  B  C  D

- Question 21 :  A  B  C  D
- Question 22 :  A  B  C  D
- Question 23 :  A  B  C  D
- Question 24 :  A  B  C  D
- Question 25 :  A  B  C  D
- Question 26 :  A  B  C  D
- Question 27 :  A  B  C  D
- Question 28 :  A  B  C  D
- Question 29 :  A  B  C  D
- Question 30 :  A  B  C  D
- Question 31 :  A  B  C  D
- Question 32 :  A  B  C  D
- Question 33 :  A  B  C  D
- Question 34 :  A  B  C  D
- Question 35 :  A  B  C  D
- Question 36 :  A  B  C  D
- Question 37 :  A  B  C  D
- Question 38 :  A  B  C  D
- Question 39 :  A  B  C  D
- Question 40 :  A  B  C  D