



ENGINIUS
Formation & Recrutement

Concours Enginius

Épreuve de MATHÉMATIQUES

(Entrée en cycle préparatoire)

Session 2023

Informations sur le sujet de l'épreuve

Durée de l'épreuve :	1h30
Épreuve notée sur :	20 points
Document(s) autorisé(s) :	<input type="checkbox"/> oui <input checked="" type="checkbox"/> non
Calculatrice autorisée :	<input type="checkbox"/> oui <input checked="" type="checkbox"/> non

Remarques

Le sujet est constitué de quatre exercices indépendants.

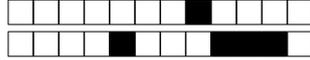
Pour chaque question de l'épreuve, veuillez noircir (comme ceci ■) la (les) bonne(s) réponse(s) sur la feuille de réponse ci-jointe.

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent avoir une ou plusieurs bonnes réponses.

Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.

Uniquement les feuilles de réponses correctement remplies seront corrigées.

Début du sujet sur la page suivante



Exercice 1

Question 1 La valeur de $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$ est égale à :

- A 0 B 1 C \sqrt{e} D e^{-4}

Question 2 Soient n un entier naturel non nul, E un ensemble à n éléments et A une partie non vide de E à p éléments. Le nombre de parties de E est

- A n^n B n^2 C $n!$ D 2^n

Question 3 Combien le nombre $15!$ admet-il de diviseurs?

- A 3044 B 3042 C 2034 D 4032

Question 4 La somme $\sum_{k=0}^{2023} (-1)^k \binom{2022}{k}$ est égale à :

- A 1 B 0 C 2023 D 2

Question 5 L'équation $|x^2 - x - 6| = 6$ admet dans \mathbf{R}

- A 2 solutions B 1 ou 3 solutions C 3 ou 4 solutions D 0 solution

Question 6 Soient n un entier naturel non nul, E un ensemble à n éléments et A une partie non vide de E à p éléments. Le nombre de parties de E contenant un et un seul élément de A est

- A $n2^{n-p}$ B $pn2^{n-p}$ C 2^{n-p} D $p2^{n-p}$

Question 7 ♣ Pour que quatre points distincts A, B, C et D soient coplanaires, il est nécessaire

- A de trouver un réel α tel que $\overrightarrow{AD} = \alpha(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
 B que trois de ces points soient alignés
 C que les droites (AB) et (CD) soient parallèles ou sécantes
 D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 8 ♣ Le produit des solutions complexes de l'équation $x^4 - x^2 - 12 = 0$ est égale à

- A 1 C -12
 B -4 D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 9 L'équation $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 6 = 6$ admet dans \mathbf{R}

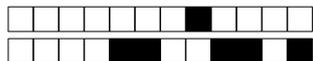
- A 1 ou 3 solutions B 2 solutions C 3 ou 4 solutions D 0 solution

Question 10 ♣ L'intégrale $\int_1^{-1} xe^{-x^2} dx$ est égale à

- A $-\frac{e-1}{e}$ C $\frac{e-1}{e}$
 B $-\frac{2}{e}$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 11 Sur $] -\pi, -\frac{\pi}{2} [$, une primitive F de $\tan : x \mapsto \tan(x)$ telle que $F(-\pi) = 0$ est définie par $F(x) =$

- A $\ln(\cos(x))$ B $\ln(-\cos(x))$ C $-\ln(-\cos(x))$ D $-\ln(\cos(x))$



Question 12 Soit f la fonction à variable réelle définie de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

- A f n'est pas injective et n'est pas surjective C f est injective
 B f est surjective D f n'est pas injective

Question 13 Toute fonction strictement croissante \mathbb{R} est :

- A paire B surjective C injective D impaire

Question 14 La valeur de $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos^2\left(\frac{1}{x}\right) - \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 3}{x + \sqrt{x}}$ est égale à :

- A 1 B 0 C 3 D $+\infty$

Question 15 ♣ $\lim_{x \rightarrow 0} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A $-\infty$ C 0
 B n'existe pas D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 16 ♣ La somme des solutions complexes de l'équation $x^4 - x^2 - 12 = 0$ est égale à

- A 0 C -12
 B 1 D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 17 Si f est une fonction définie en a , alors nécessairement

- A $\ln(f)$ est définie en a C $\frac{1}{f}$ est définie en a
 B $\frac{1}{e^f}$ est définie en a D f est continue en a

Question 18 Toute fonction discontinue sur \mathbb{R} est :

- A non dérivable B périodique C constante D dérivable

Question 19 ♣ $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A $-\infty$ C 0
 B n'existe pas D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 20 Pour prouver que I est le milieu de $[AB]$, il suffit de prouver que

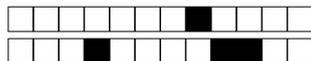
- A Pour tout point M , $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$ C $AI = BI$
 B $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$ D \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires

Question 21 ♣ Si a et b sont irrationnels, alors forcément

- A ab est irrationnel C $a + b$ est irrationnel
 B a^2 est rationnel D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 22 On part du point de coordonnées $(0,0)$ pour rejoindre le point de coordonnées (p,q) (p et q des entiers naturels donnés strictement supérieurs à 1) en se déplaçant à chaque étape d'une unité vers la droite ou vers le haut. Combien y a-t-il de chemins possibles ?

- A $\binom{p+q}{q}$ B 2^{p+q} C $\binom{pq}{q}$ D $q \binom{p+q}{q}$



Question 23 Un QCM comporte 20 questions, pour chacune d'elles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Le nombre de grilles de réponses possibles est :

- A 80 B 4^{20} C 800 D 20^4

Question 24 Sur \mathbf{R} , la solution de l'équation différentielle : $f''(x) = -f(x)$ alors $f(x)$ ne peut être égale à

- A 0 B e^{-x} C $\sin(x)$ D $\cos(x)$

Question 25 L'équation $x^4 - x^2 - 6 = 6$ admet dans \mathbf{R}

- A 1 ou 3 solutions B 3 ou 4 solutions C 0 solution D 2 solutions

Question 26 ♣ Soient n un entier naturel non nul, E un ensemble à n éléments et A une partie non vide de E à p éléments. Le nombre de parties de E contenant A est

- A $pn2^{n-p}$ D 2^{n-p}
 B $n2^{n-p}$
 C 2^{n-p} E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 27 Considérons la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- A f' est pas continue en 0 C f' n'est pas continue en 0
 B f' admet une limite finie en 0 D f' admet une limite finie infinie en 0

Question 28 ♣ Sur \mathbf{R}^* , la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$ est définie par $f'(x) =$

- A $-\frac{e^x}{x^2}$ C $-\frac{(x+1)e^x}{x^3}$
 B $\frac{(x+1)e^x}{x^3}$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 29 Soit $(x, y, z) \in [0, 1]^3$. Posons $a = \text{Min}\{x(1-y), y(1-z), z(1-x)\}$

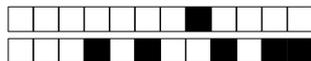
- A $a > \frac{1}{4}$ B $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{4}$ C $a \leq \frac{1}{4}$ D $a = 0$

Question 30 La somme $\sum_{0 \leq i \leq 10} \sum_{0 \leq j \leq 10} (i+j)^2$ est égale à :

- A 10000 B 13750 C 13000 D 10750

Exercice 2

Soit $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}}z_2$, où z_2 est un réel strictement négatif, alors



Question 31 z_1^{10} est un

- A imaginaire pur de partie imaginaire strictement positive
- B réel strictement négatif
- C réel strictement positif
- D imaginaire pur de partie imaginaire strictement négative

Question 32 $\bar{z}_1 =$

- A $e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$
- B $-3e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$
- C $3e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$
- D $e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$

Question 33 $|z_1| =$

- A $-3z_2$
- B $3iz_2$
- C $-3iz_2$
- D $3z_2$

Question 34 $\arg(z_1) =$

- A $-\frac{\pi}{4}$
- B $-\frac{3\pi}{4}$
- C $\frac{\pi}{4}$
- D $\frac{3\pi}{4}$

Exercice 3

Soient f et g les transformations complexes qui à tout point M d'affixe z du plan associent respectivement les points d'affixes $f(z) = -iz + 1 - i$ et $g(z) = -\bar{z}$

Question 35 L'écriture complexe associée à $g \circ f$ est

- A $i\bar{z} - 1 - i$
- B $-i\bar{z} - 1 + i$
- C $i\bar{z} - 1 + i$
- D $-i\bar{z} - 1 - i$

Question 36 f est

- A une translation
- B une réflexion
- C une homothétie
- D une rotation

Question 37 L'affixe du point fixe de f est

- A 1
- B i
- C -1
- D $-i$

Question 38 g est

- A une réflexion
- B une homothétie
- C une rotation
- D une translation

Exercice 4

Considérons les équations différentielles suivantes

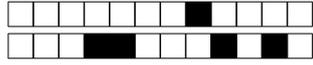
$$(E) : y' - 2y = 2x + 5 \quad \text{et} \quad (F) : y'' - 2y' = 2$$

Question 39 Une solution de (F) est définie par $g(x) =$

- A $-x$
- B $-e^{2x} - 1$
- C 1
- D $-e^{2x} - x$

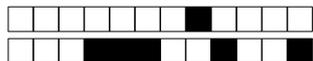
Question 40 ♣ Une solution de (E) est définie par $f(x) =$

- A $e^{2x} + \frac{2x+5}{2}$
- B $-x - 3$
- C $e^{2x} - \frac{2x+5}{2}$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.



+16/6/10+

FIN DU SUJET



Feuille de réponses de MATHÉMATIQUES

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

Codez votre numéro de candidat ci-contre chiffre par chiffre en noircissant les cases (comme ceci ■), puis complétez l'encadré.

NOM - Prénom(s) :
Numéro de candidat :
Centre d'examen :

- Question 1 : A B C D
- Question 2 : A B C D
- Question 3 : A B C D
- Question 4 : A B C D
- Question 5 : A B C D
- Question 6 : A B C D
- Question 7 : A B C D
- Question 8 : A B C D
- Question 9 : A B C D
- Question 10 : A B C D
- Question 11 : A B C D
- Question 12 : A B C D
- Question 13 : A B C D
- Question 14 : A B C D
- Question 15 : A B C D
- Question 16 : A B C D
- Question 17 : A B C D
- Question 18 : A B C D
- Question 19 : A B C D
- Question 20 : A B C D

- Question 21 : A B C D
- Question 22 : A B C D
- Question 23 : A B C D
- Question 24 : A B C D
- Question 25 : A B C D
- Question 26 : A B C D E
- Question 27 : A B C D
- Question 28 : A B C D
- Question 29 : A B C D
- Question 30 : A B C D
- Question 31 : A B C D
- Question 32 : A B C D
- Question 33 : A B C D
- Question 34 : A B C D
- Question 35 : A B C D
- Question 36 : A B C D
- Question 37 : A B C D
- Question 38 : A B C D
- Question 39 : A B C D
- Question 40 : A B C D