Concours Enginius

Épreuve de PHYSIQUE

Session 2025

Informations sur le sujet de l'épreuve

Durée de l'épreuve :	45 minutes
Épreuve notée sur :	20 points
Document(s) autorisé(s) :	☐ oui ☒ non
Calculatrice autorisée :	☐ oui ☒ non

Remarques

Le sujet est constitué de deux exercices et un problème indépendants.

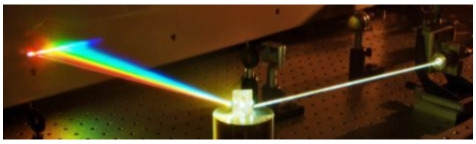
Pour chaque question de l'épreuve, veuillez noircir (comme ceci ■) la (les) bonne(s) réponse(s) sur la feuille de réponse ci-jointe.

Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.

Uniquement les feuilles de réponses correctement remplies seront corrigées.

Début du sujet sur la page suivante

Électromagnétisme non linéaire



On désigne par O l'origine géométrique d'un référentiel galiléen dont la base associée est orthonormée directe $(\vec{e}_x\,;\,\vec{e}_y\,;\,\vec{e}_z\,;\,)$.

Le temps sera représenté par la lettre t, avec $t \in \mathbb{R}^+$.

On considère un milieu matériel diélectrique, non magnétique et non chargé et dépourvu de courant électrique.

Le milieu matériel diélectrique considéré est supposé être non-linéaire, homogène et isotrope (NL.H.I.).

Une onde progressive, supposée être mono-chromatique, est émise par un L.A.S.E.R..

Cette onde électromagnétique se propage suivant la direction Ox et éclaire le diélectrique considéré.

On note par i le nombre complexe qui satisfait à $\mathrm{i}^2 = -1$.

On désigne par $\vec{E}$ le vecteur champ électrique portée par l'onde. De fait, le champ électrique de l'onde s'écrit en notation complexe comme :

$$\overrightarrow{\mathcal{E}} = E(y)\, e^{\mathrm{i}(\omega t - kx)}\, \vec{e}_z \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{E} = \Re\text{é}\left(\overrightarrow{\mathcal{E}}\right) \tag{1}$$

Sous l'action de ce champ électrique $\vec{E}$, le diélectrique acquiert une polarisation non linéaire notée :

$$\overrightarrow{P} = \varepsilon_0 \chi\left((E(y)\right)\vec{E} \tag{2}$$

Le terme ε_0 est la permittivité diélectrique du vide et $\chi(E)$ est la fonction numérique réelle de susceptibilité électrique. Cette fonction dépend de l'amplitude $E(y)$ du champ électrique.

En première approximation, on envisage une loi non linéaire quadratique suivante :

$$\chi(E) = \chi_0 + \beta\, E^2(y) \tag{3}$$

Dans cette relation les deux termes χ_0 et β sont des constantes réelles non nulles telles que :

$$\frac{\beta\, E^2(y)}{\chi_0} \longmapsto 0 \tag{4}$$

On désigne par μ_0 le coefficient de perméabilité magnétique du vide.

On désigne par $\vec{D}$ le vecteur déplacement électrique qui règne dans le milieu diélectrique considéré. Sa norme euclidienne sera notée $D = \left|\left|\vec{D}\right|\right|$.

Question 1 L'indice de réfraction otique n du milieu qui supporte la propagation de l'onde électromagnétique est donnée par l'expression :

A $n = \sqrt{1 + \dfrac{\chi_0}{\beta} + \dfrac{\chi_0 \left(\dfrac{c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{\left(\cosh\left(y\sqrt{k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right) + 1\right)^2}}$

B $n = \sqrt{1 + \chi_0 + \dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{2}c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)\right)}{\cosh^4\left(y\sqrt{k^2 + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)}}$

C $n = \sqrt{1 + \beta\chi_0 + \dfrac{\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{1 + \cosh^2\left(y\sqrt{k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)}\right)}}$

D $n = \sqrt{1 + \chi_0 + \dfrac{2\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{\cosh^2\left(y\sqrt{k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)}\right)}}$

Question 2 On admet que l'onde est spatialement concentrée autour de $y = 0$. On a alors l'équation suivante :

A $\left(\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y}\right)^2 (y) + \left(\dfrac{\sqrt{2}\omega}{c}\right)^2 \dfrac{\beta}{\chi_0} E^2(y) - \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)^{\frac{3}{2}}\right) E^3(y) = 0$

B $\left(\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y}\right)^2 (y) + \left(\dfrac{\omega}{\sqrt{2}c}\right)^2 \beta E^4(y) - \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right) E^2(y) = 0$

C $\left(\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y}\right)^2 (y) + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \chi_0 \beta E^3(y) - \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \left(1 + \dfrac{\beta\, E^2(y)}{\chi_0}\right)\right) E^2(y) = 0$

D $\left(\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y}\right)^2 (y) + \left(\dfrac{\sqrt{2}\omega}{c}\right)^2 \beta E^2(y) - \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)^{\frac{3}{2}}\right) E^3(y) = 0$

Question 3 On désigne par $\left\langle \vec{R} \right\rangle$ la valeur moyenne spatiale du vecteur de Poynting au travers de la surface élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}^2 S} = \mathrm{d}^2 S\, \vec{e}_x = \mathrm{d}y\, \mathrm{d}z\, \vec{e}_x$, est donnée par l'expression suivante :

A $\left\langle \vec{R} \right\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0} \dfrac{k}{\omega} E^2(y)\, \vec{e}_x$

B $\left\langle \vec{R} \right\rangle = \dfrac{\beta}{4\mu_0} \left(\dfrac{k}{\omega} E(y)\right)^2 \vec{e}_x$

C $\left\langle \vec{R} \right\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0} (1+\chi_0) \dfrac{k}{\beta\omega} E^2(y)\, \vec{e}_x$

D $\left\langle \vec{R} \right\rangle = \dfrac{1}{\mu_0} \left(1 + \dfrac{\beta}{\chi_0} E^2(y)\right) \dfrac{k}{\omega}\, \vec{e}_x$

Question 4 On a la relation :

A $\operatorname{div}\left(\vec{E}\right) = \sqrt{1 + \left(\dfrac{\beta\, E^2(y)}{\chi_0}\right)^2}$

B $\operatorname{div}\left(\vec{E}\right) = 0$

C $\operatorname{div}\left(\vec{E}\right) = \sqrt{\dfrac{\chi_0}{\beta\, E^2(y)}}$

D $\operatorname{div}\left(\vec{E}\right) = \dfrac{\beta\, E^2(y)}{\chi_0}$

Question 5 L'amplitude $E(y)$, du champ électrique $\overrightarrow{E}$, à pour expression :

A $E(y) = \dfrac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}c}{\beta\omega}\right)^2 \left(k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)\right)}}{\cosh^2\left(y\sqrt{k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)}$

B $E(y) = \dfrac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}c}{\beta\omega}\right)^2 \left(k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}}{\cosh^2\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)}$

C $E(y) = \dfrac{2\sqrt{\frac{\chi_0}{\beta}\left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}}{\cosh\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)+1}$

D $E(y) = \dfrac{\sqrt{\frac{2}{\beta}\left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}}{\cosh\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)}\right)}$

Question 6 On désigne par $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}_m}{\mathrm{d}z}$ la puissance électromagnétique moyenne linéique dans la direction portée par le champ électrique. On a alors :

A $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}_m}{\mathrm{d}z} = \dfrac{\chi_0^2\varepsilon_0}{\beta\mu_0\omega}\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^4 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)^2$

B $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}_m}{\mathrm{d}z} = \dfrac{\chi_0^2}{\beta c\mu_0\omega}\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^4 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)^{\frac{3}{2}}$

C $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}_m}{\mathrm{d}z} = \dfrac{2k\beta}{c\mu_0}\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^3 \sqrt{k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)}$

D $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}_m}{\mathrm{d}z} = \dfrac{\chi_0\beta}{c\mu_0\omega}\left(\dfrac{c}{\omega}\right)^3 \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)$

Question 7 Le passage de l'onde dans le milieu

A rend le milieu inhomogène

B rend le milieu linéaire

C rend le milieu magnétique

D laisse le milieu homogène

Question 8 L'expression de la puissance moyenne surfacique $\mathcal{P}_{ms}$ que transporte l'onde électromagnétique étudiée est :

A $\mathcal{P}_{ms} = \dfrac{\frac{k\varepsilon_0}{\mu_0}\left(\frac{c}{\beta\omega}\right)^2 \left(k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{\cosh^4\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)}$

B $\mathcal{P}_{ms} = \dfrac{\frac{\omega k\varepsilon_0}{\beta}\left(\frac{c}{\omega}\right)^4 \left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{\cosh^2\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)}\right)}$

C $\mathcal{P}_{ms} = \dfrac{\left(\frac{\sqrt{2}c}{\beta\omega}\right)^3 \left(k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)\right)}{\mu_0\cosh^2\left(y\sqrt{k^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)}$

D $\mathcal{P}_{ms} = \dfrac{\frac{2k\chi_0}{\mu_0\beta}\left(\frac{c}{\omega}\right)^3 \left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right)}{\left(\cosh\left(y\sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)}\right)+1\right)^2}$

Question 9 L'amplitude $E(y)$, du champ électrique $\overrightarrow{E}$, satisfait à l'équation différentielle suivante :

A $\dfrac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}y^2}(y) + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \beta E^3(y) = \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\chi_0)\right) E(y)$

B $\dfrac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}y^2}(y) + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \beta E^4(y) = \left(k^2 - \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \left(1+\dfrac{\beta\, E^2(y)}{\chi_0}\right)\right) E^2(y)$

C $\dfrac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}y^2}(y) + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 E^2(y) = \dfrac{1}{\chi_0}\left(k^2 + \left(\dfrac{\beta\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)\right) E(y)$

D $\dfrac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}y^2}(y) - \chi_0\left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 E^2(y) = \left(k^2 + \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 (1+\beta\chi_0)\right) E(y)$

Question 10 L'équation de propagation du champ électrique de l'onde qui traverse le diélectrique est :

A $\Delta\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{c^2}\left(1+\chi_0+\beta E^2(y)\right)\dfrac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2}$

B $\Delta\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{c}\left(1+\sqrt{\dfrac{\beta}{\chi_0}}\,|E(y)|\right)\dfrac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t}$

C $\Delta\overrightarrow{E} = \left(\dfrac{\beta}{\chi_0 c^{\frac{2}{3}}}\right)^3\dfrac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2}$

D $\Delta\overrightarrow{E} = \dfrac{\chi_0}{c^2}\left(1+\dfrac{\beta E^2(y)}{\chi_0}\right)\dfrac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2}$

FIN DU SUJET

Feuille de réponses de PHYSIQUE

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Codez votre numéro de candidat ci-contre chiffre par chiffre en noircissant les cases (comme ceci ■), puis complétez l'encadré.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

NOM - Prénom(s) : ....

Numéro de candidat : ....

Centre d'examen : ....

Question 1 : A B C D

Question 2 : A B C D

Question 3 : A B C D

Question 4 : A B C D

Question 5 : A B C D

Question 6 : A B C D

Question 7 : A B C D

Question 8 : A B C D

Question 9 : A B C D

Question 10 : A B C D